**Основная теорема Коши для пр. и сл. контуров**

Теорема 1 (Коши). Если функция http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image015.gif аналитическая на односвязной области http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image003.gif, то [интеграл](http://edu.alnam.ru/book_dmath.php?id=226) от http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image015.gif по любому кусочно-гладкому замкнутому контуру http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image052.gif, принадлежащему http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image003.gif, равен нулю:

http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image053.gif.

Теорема 2. Пусть область http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image003.gif комплексной плоскости ограничена сложным положительно ориентированным кусочно-гладким контуром http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image052.gif, т. е. при обходе по http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image052.gif точки http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image003.gif остаются слева. Тогда для функции http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image015.gif, аналитической на http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image003.gif, имеет место равенство

http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image053.gif.

Из теоремы 2 как следствие вытекает

Теорема 3. Пусть область http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image003.gif ограничена внешним контуром http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image052.gif, ориентированным против часовой стрелки, и внутренними контурами http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image083.gif, ориентированными тоже против часовой стрелки (как на рис. 140, где http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image084.gif), и пусть на http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image003.gif задана аналитическая функция http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image015.gif.



Рис. 140

Тогда имеет место равенство

http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image086.gif.        (8)

В самом деле, если считать, что http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image087.gif - тот же контур, что и http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image088.gif, но ориентированный по часовой стрелке, то по теореме 2

http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image089.gif,

откуда следует (8), потому что

http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image090.gif.

Отметим, что если в теореме 3 http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image091.gif, то

http://sernam.ru/htm/lect_math3/math3_116.files/image092.gif             (9)

(рис. 141).



Рис. 141